Компенсационные задания.

Студенты, не набравшие за работу в семестре и экзамен 50 баллов, получают задачи, аналогичные приведенным ниже (в задачах могут быть изменены числовые данные, заданы другие линии и поверхности). Решение каждой задачи оценивается в 1 балл. Использование каких-либо справочных материалов не допускается.

1. Докажите, что линия $x = a\cos t$, $y = a\sin t$, $z = bt$ лежит на прямом круговом цилиндре с осью Oz.
2. Докажите, что линия $x = 1 + \cos t$, $y = \sin t$, $z = 2\sin\frac{t}{2}$ лежите на сфере радиуса 2 с центром в начале координат.
3. Докажите, что линия $x = 1+\cos t$, $y = \sin t$, $z = 2\sin\frac{t}{2}$ лежите на цилиндрической поверхности $(x-1)^2+y^2 = 1$.
4. Напишите параметрические уравнения окружности с центром в начале координат и радиусом r.
5. Напишите параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0, z_0)$ параллельно вектору $\vec{p}(p_1, p_2, p_3)$.
6. Напишите уравнение касательной к линии $x = \sin 2t$, $y = 1 - \cos 2t$, $z = 2\cos t$ в точке $t = \frac{\pi}{4}$.
7. Напишите уравнение касательной к линии $x = e^t\cos t$, $y = e^t\sin t$, $z = e^t$ в точке $t = 0$.
8. Напишите уравнение касательной к линии $x = e^t$, $y = t$, $z = e^{-t}$ в произвольной точке.
9. Напишите уравнение касательной к линии $x^2 + z^2 = 25$, $x^2 + y^2 = 10$ в точке $(3, 1, 4)$.
10. Напишите уравнение касательной к линии $z = x^2 + y^2$, $y = x$ в точке $(3, 3, 18)$.
11. Найдите кривизну и кручение линии $x = e^t$, $y = e^{-t}$, $z = t\sqrt{2}$ в произвольной точке.
12. Найдите кривизну и кручение линии $x = 2t$, $y = \ln t$, $z = t^2$ в точке $t = 1$.
13. Найдите кривизну и кручение линии $x^2 - y^2 + z^2 = 1$, $x - 2y + z = 0$ в точке $(1, 1, 1)$.
14. Найдите кривизну и кручение линии $y^2 = x$, $x^2 = z$ в произвольной точке.
15. Напишите параметрические уравнения прямого кругового цилиндра с осью Oz.
16. Напишите параметрические уравнения эллипсоида.
17. Выясните вид координатных линий на поверхности $x = u$, $y = v$, $z = 0$.
18. Выясните вид координатных линий на поверхности $x = v\cos u$, $y = v\sin u$, $z = 0$.
19. Напишите уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $x = 2u - v$, $y = u^2 + v^2$, $z = u^3 - v^3$ в точке $(-1, 1, -1)$.
20. Напишите уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $x = u + v$, $y = u^2 - 2v$, $z = u^3 - uv$ в точке $u = 1$, $v = 2$.
21. Напишите уравнения касательной плоскости и нормали поверхности $x^3 + y^3 = z$ в точке $(1, 1, 2)$.
22. Напишите уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ в произвольной точке.
23. Вычислите первую квадратичную формул эллипсоида $x = a\cos u\cos v$, $y = b\sin u\cos v$, $z = c\sin v$.
24. Вычислите первую квадратичную формул конуса $x = v\cos u$, $y = v\sin u$, $z = v$.
25. Найдите длину линии $v = au$ на поверхности $x = u^2+v^2$, $y = u^2-v^2$, $z = uv$ между точками ее пересечения с координатными линиями $u = 1$ и $u = 2$.
26. Найдите угол между кривыми $u + v = 0$ и $u - v = 0$ на поверхности $x = 4(u + v)$, $y = 3(u - v)$, $z = 2uv$.
27. Вычислите вторую квадратичную форму тора $x = (a + b\cos u)\cos v$, $y = (a + b\cos u)\sin v$, $z = b\sin u$.
28. Найдите кривизну нормального сечения поверхности $x = \operatorname{ch} u\cos v$, $y = \operatorname{ch} u\sin v$, $z = u$ в направлении линии u в точке $u = 0$, $v = 2$.
29. Найдите уравнение индикатрисы Дюпена поверхности $x = \operatorname{ch} u\cos v$, $y = \operatorname{ch} u\sin v$, $z = u$ в точке $u = 0$, $v = 2$.

30. Выяснить, будет ли линия $u = v$ асимптотической на поверхности $x = \operatorname{ch} u \cos v$, $y = \operatorname{ch} u \sin v$, $z = u$.

31. Найдите главные направления поверхности $x = v \cos u$, $y = v \sin u$, $z = v$ в точке $u = \frac{\pi}{4}$, $v = 1$.

32. Найдите главные кривизны поверхности $x = v \cos u$, $y = v \sin u$, $z = v$ в точке $u = \frac{\pi}{4}$, $v = 1$.