

Вариант 1. (Абунагимова И.Т.)

1. Найдите натуральное число N , имеющее 6 делителей, сумма которых равна 104.
2. Докажите, что число a делится на m , если $a = 18^4 + 52^3 + 86^4 + 14$, $m = 17$.
3. Решите уравнение $x^3 - 6x + 4 = 0$ (найдите все три корня уравнения).
4. Вычислите $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 8}{x^3 + 18}$.
5. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$, $y = 2 - x^2$.

Вариант 2. (Афанасьева Ю.А.)

1. Найдите все пары целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе уравнений:

$$\begin{cases} 17x^2 + 8xy + y^2 = 2, \\ (x - 1)^2 + (y + 4)^2 = 1. \end{cases}$$

2. Докажите, что число a делится на m , если $a = 20^3 + 58^4 + 77^2 + 16$, $m = 19$.
3. Решите уравнение $x^3 + 3x - 2i = 0$ (найдите все три корня).
4. Вычислите $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 3x^2}{x^4 + 2x + 1}$.
5. Вычислите $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cos 4x \cos x dx$.

Вариант 3. (Бабарькина Н.С.)

1. Найдите все пары целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе уравнений:

$$\begin{cases} x^2 + xy - y^2 = 4, \\ (x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 1. \end{cases}$$

2. Докажите, что число a делится на m , если $a = 4 \cdot 35^{19} + 13 \cdot 52^{15}$, $m = 17$.
3. Решите уравнение $x^4 - x^3 - x^2 + 2x - 2 = 0$ (найдите все четыре корня).
4. Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^5 + x + 1}{x^6 + x^3 + 1}$.
5. Вычислите $\int \operatorname{tg} x dx$.

Вариант 4. (Багрова А.С.)

1. Найдите все целые решения уравнения $5x - 3y = 13$.
2. Докажите, что число a делится на m , если $a = 3 \cdot 5^{25} + 4^7 \cdot 9^6$, $m = 19$.
3. Решите уравнение $x^4 + 12x + 3 = 0$ (найдите все четыре корня).
4. Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x - 2}$.
5. Вычислите $\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x+1}} dx$.

Вариант 5. (Берсина М.А.)

1. Найдите все целые решения уравнения $4x - 5y = 17$.
2. При каких действительных значениях a число $z = (2 - ai)^3 - (3 - ai)^2 + 5 + a(2 - i\sqrt{5})^3$ а) является действительным; б) чисто мнимым?
3. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x^3 + y^3 = 8; \\ x^2 + y^2 = 4; \end{cases}$$

4. Найдите $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x + 3} - \sqrt{x^2 - 3x + 1})$.

5. Вычислите $\int e^{\cos x} \sin x dx$.

Вариант 6. (Бирюкова Е.И.)

1. Обратите обыкновенную дробь в цепную $\frac{355}{113}$.

2. Пусть k – натуральное число. Найдите возможные остатки от деления k^2 на 4,5,6,7,8,9.

3. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x + y + xy = 7; \\ x^2 + y^2 + xy = 13; \end{cases}$$

4. Найдите $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 1} - x)$.

5. Применяя метод интегрирования по частям, найдите $\int \operatorname{arctg} x dx$.

Вариант 7. (Озолина Е.В.)

1. Найдите все целочисленные решения уравнения $2x^2y^2 + y^2 - 6x^2 - 10 = 0$.

2. Докажите, что при делении на 3 куб целого числа и само число дают одинаковые остатки (0,1,2).

3. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x^3 - y^3 = 19(x - y); \\ x^3 + y^3 = 7(x + y). \end{cases}$$

4. Найдите $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos x}{(x - \pi)^2}$.

5. Применяя метод интегрирования по частям, найдите $\int e^{2x} \cos x dx$.

Вариант 8. (Попкова Е.В.)

1. Обратите обыкновенную дробь в цепную $\frac{707}{500}$.

2. Докажите, что при любом целом a разность $a^3 - a$ делится на 3;

3. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x^5 - y^5 = 3093; \\ x - y = 3; \end{cases}$$

4. Используя первый замечательный предел, найдите $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{ctg} x (1 - \cos^2 3x)}{(x^2 + 5x)}$.

5. Вычислите $\int \frac{x^4}{1+x^2} dx$.

Вариант 9. (Степаненко М.В.)

1. Используя цепные дроби, решите диофантово уравнение $4x + 7y = 41$.

2. Найдите остаток от деления 13^{245} на 77.

3. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = \frac{5}{6} \sqrt{xy}; \\ x + y = 13. \end{cases}$$

4. Вычислите производную функции $y = \operatorname{tg} \sin x$.

5. Вычислите $\int_1^{\sqrt{12}} \frac{x}{\sqrt{16-x^2}} dx$.

Вариант 10. (Углов В.К.)

1. Используя цепные дроби, решите диофантово уравнение $7x - 5y = 21$.

- Найдите остаток от деления 17^{324} на 69.
- Найдите действительные корни уравнения

$$\sqrt[3]{8+x} + \sqrt[3]{8-x} = 1$$

- Вычислите производную функции $y = (\sin^2 x + 1)^2 e^x$.
- Вычислите $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\cos x} \sin x dx$.

Вариант 11. (Хорольская Е.В.)

- Используя цепные дроби, решите диофантово уравнение $19x + 17y = 15$.
- Решите уравнение $(1+i)z = (1-i)$.
- Найдите действительные корни уравнения

$$\sqrt[3]{54+\sqrt{x}} + \sqrt[3]{54-\sqrt{x}} = \sqrt[3]{18}.$$

- Вычислите производную функции $y = \lg \frac{10-x}{x+2}$.
- Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \sqrt{x}$, $x = 0$, $y = 2$.

Вариант 12. (Чадина Е.А.)

- Найдите все целочисленные решения уравнения $x^2 - 2xy + 2y^2 = 4$.
- Решите уравнение $(1+i)^2 z = (1-i)^3$.
- Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = \frac{5}{6}\sqrt{xy}; \\ x + y = 13. \end{cases}$$

- Найдите согую производную $\frac{1}{x^2+3x+2}$.
- Вычислите $\int \frac{\cos 2x}{\cos^2 x \sin^2 x} dx$.

Вариант 13. (Чебаков А.А.)

- Найдите все целочисленные решения уравнения $x^2 + 2xy + 2y^2 = 4$.
- Найдите действительные числа a и b , для которых верно равенство $\frac{z_1}{z_2} = a\frac{z_2}{z_1} + bz_2$, если $z_1 = 1+i$, $z_2 = 1+2i$.
- Решите уравнение $x^4 + 12x + 3 = 0$ (найдите все четыре корня).
- Используя первый замечательный предел, найдите $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{ctg} x(1-\cos^2 3x)}{(x^2+5x)}$.
- Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = (x+2)^3 + 3$, $y = -4x$, $y = -\frac{2}{3}x$.

Вариант 14. (Шувалова И.И.)

- Обратите обыкновенную дробь в цепную $\frac{271}{100}$.
- Найдите остаток от деления $a = 2^{425} + 50^{37}$ на 17.
- Решите уравнение $x^3 - 6x + 4 = 0$ (найдите все три корня).
- Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3-8}{x-2}$.
- Найдите все точки N графика функции $y = 6x - x^2$, такие, что площадь фигуры, ограниченной этим графиком, касательной к графику, проходящей через точку N , и осью ординат, равна $\frac{125}{3}$.

Вариант 15. (Юнисова О.А.)

1. Найдите все целочисленные решения уравнений: $3x^2y^2 + 4y^2 = 24x^2 + 48$.

2. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} iz_1 + 2z_2 = 3 + 8i \\ 2iz_1 - \bar{z}_2 = 7i; \end{cases}$$

3. Найдите действительные корни уравнения

$$\sqrt[3]{54 + \sqrt{x}} + \sqrt[3]{54 - \sqrt{x}} = \sqrt[3]{18}.$$

4. Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^5 + x + 1}{x^6 + x^3 + 1}$.

5. Вычислите $\int \frac{e^{4x}}{e^x - 1} dx$.

Вариант 16. (Половникова С.Н.)

1. Найдите все целочисленные решения уравнения $x^2 + 2xy + 2y^2 = 4$.

2. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 4\bar{z}_1 + \bar{z}_2 = 7 - 6i \\ z_1 - 2z_2 = -3 - i; \end{cases}$$

3. Решите системы уравнений

$$\begin{cases} x^3 + y^3 = 8; \\ x^2 + y^2 = 4; \end{cases}$$

4. Найдите $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 1} - x)$.

5. Применяя метод интегрирования по частям, найдите $\int \operatorname{arctg} x dx$.