

Программа зачета по курсу Топология для студентов 1 года
магистратуры (Геометрия и Топология) (весенняя сессия
2013/14 уч. год.)

1 мая 2014 г.

Задание на зачете состоит из двух пунктов: 1) Доказать одно из утверждений, приведенных ниже; 2) Беседа по определениям (надо знать все определения, встречающиеся в утверждениях).

1. Метрические пространства. Примеры. Шары и сферы в метрических пространствах. Примеры. Открытые и замкнутые множества. Примеры.
2. Топологические пространства. Примеры. Метрическая топология. Открытые и замкнутые шары в метрической топологии.
3. База топологии. Критерии базы. Предбаза. Задание топологии с помощью предбазы.
4. Непрерывные отображения топологических пространств. Критерии непрерывного отображения (база, предбаза, замкнутые множества).
5. Гомеоморфизм топологических пространств. Примеры гомеоморфных и негомеоморфных пространств. Гомеоморфность отрезка и интервала с дискретными топологиями. Хаусдорфова топология.
6. Прямое произведение топологических пространств. Непрерывные отображения, связанные с прямым произведением.
7. Факторпространства. Примеры. Фактор отображения. Свойства.
8. Связность в топологических пространствах. Примеры связных и несвязных множеств и топологических пространств. Связность как топологическое свойство. Применение связности к доказательству негомеоморфности топологических пространств.
9. Путь. Линейно связное топологическое пространство и множество. Примеры. Теорема о соотношении между линейной связностью и связностью топологического пространства.
10. Компактность топологических пространств. Компактные и не компактные множества в топологических пространствах. Примеры компактных и не компактных множеств в различных топологических пространствах.
11. Гомотопные отображения и их свойства.
12. Гомотопические классы непрерывных отображений. Примеры.
13. Гомотопическая эквивалентность. Стягиваемые пространства.
14. Гомотопии и пути (путь как гомотопия, гомотопия состоит из путей, гомотопия является путем).
15. Геометрический смысл свободной гомотопии путей. $\{0, 1\}$ -гомотопии путей.
16. Умножение путей и гомотопические свойства этой операции.
17. Умножение гомотопических классов путей и свойства этой операции.
18. Фундаментальная группа топологического пространства. Изоморфизм фундаментальных групп гомеоморфных пространств.
19. Круговые петли, их связь с петлями. Умножение круговых петель.
20. Вычисление простейших фундаментальных групп (\mathbb{R}^n , B^2 , S^n ($n \geq 2$), $\mathbb{R}^n \setminus 0$ ($n \geq 3$)).